

# S-251(B)

**B. A./B. Sc. (Fourth Semester)/**

**(Sixth Semester) EXAMINATION, 2019**

**(Skill Enhancement Course)**

**MATHEMATICS**

**(Vector Calculus)**

**(SOS/Maths/SEC-002)**

*Time : Two Hours ]*

*[ Maximum Marks : 70*

नोट : (i) खण्ड 'अ' से किन्हीं पाँच प्रश्नों के और खण्ड 'ब' से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Attempt any *five* questions from Section A and any *three* questions from Section B.

(ii) खण्ड 'अ' के प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों तक सीमित रखें।

Answer each question of Section A within 50 words.

(A-41) P. T. O.

(iii) अपने सभी प्रश्नों के उत्तर आपको दी गयी उत्तर पुस्तिका में ही दीजिये। अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका नहीं दी जायेगी।

Limit your answers within the given answer book. Additional answer book (B-Answer book) should not be provided or used.

खण्ड—अ

(Section—A)

नोट : किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

Attempt any *five* questions. Each question carries 5 marks.

1. सिद्ध कीजिए कि चार बिन्दु  $-a + 4b - 3c$ ,  $3a + 2b - 5c$ ,  $-3a + 8b - 5c$  और  $-3a + 2b + c$  समतलीय हैं।

Show that the four points  $-a + 4b - 3c$ ,  $3a + 2b - 5c$ ,  $-3a + 8b - 5c$  and  $-3a + 2b + c$  are coplanar.

2. सिद्ध कीजिए :

$$\begin{aligned}
[a \times b, c \times d, e \times f] &= [abc] [cef] - [abc] [def] \\
&= [abe] [fcd] - [abf] [ecd] \\
&= [cda] [bef] - [cdb] [aef]
\end{aligned}$$

Prove that :

$$\begin{aligned} [a \times b, c \times d, e \times f] &= [abc][cef] - [abc][def] \\ &= [abe][fcd] - [abf][ecd] \\ &= [cda][bef] - [cdb][aef] \end{aligned}$$

3. सिद्ध कीजिए कि किसी सदिश  $a(t)$  का नियत दिशा होने के लिए आवश्यक और पर्याप्त प्रतिबन्ध  $a \times \frac{da}{dt} = 0$  है।

Prove that the necessary and sufficient condition for the vector  $a(t)$  to have constant direction is

$$a \times \frac{da}{dt} = 0.$$

4.  $\int_1^2 (a \cdot b \times c) dt$  का मान प्राप्त कीजिए।

जहाँ  $a = ti - 3j + 2tk, b = i - 2j + 2k, c = 3i + tj - k$

Evaluate :

$$\int_1^2 (a \cdot b \times c) dt$$

where  $a = ti - 3j + 2tk, b = i - 2j + 2k, c = 3i + tj - k$ .

5. पृष्ठ :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

और

$$z = x^2 + y^2 - 3$$

के मध्य बिन्दु  $(2, -1, 2)$  पर कोण ज्ञात कीजिए।

Find the angle between the surface  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  and  $z = x^2 + y^2 - 3$  at the point  $(2, -1, 2)$ .

6. यदि  $F = x^2zi - 2y^3z^2j + xy^2zk$ , तब  $\text{div } F$  और  $\text{curl } F$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $F = x^2zi - 2y^3z^2j + xy^2zk$ , then find  $\text{div } F$  and  $\text{curl } F$ .

7. यदि :

$$F = (x + 2y + az)i + (bx - 3y - z)j + (4x + cy + 2z)k$$

संरक्षी है, तो नियत  $a, b, c$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the constants  $a, b, c$  so that, if :

$$F = (x + 2y + az)i + (bx - 3y - z)j + (4x + cy + 2z)k$$

is irrotational.

खण्ड—ब

(Section—B)

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंक का है।

Attempt any three questions. Each question carries 15 marks.

8. प्रथम व द्वितीय अवकलज का गुणज ज्ञात कीजिए :

(i)  $\left[ r, \frac{dr}{dt}, \frac{d^2r}{dt^2} \right]$

(ii)  $\left[ r \times \left( \frac{dr}{dt} \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) \right]$

Find the first and second derivatives of the products :

(i)  $\left[ r, \frac{dr}{dt}, \frac{d^2r}{dt^2} \right]$

(ii)  $\left[ r \times \left( \frac{dr}{dt} \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) \right]$

9. दर्शाइए कि :

(i)  $\text{div}(\text{curl } f) = 0$

(ii)  $\text{curl}(\phi A) = (\text{grad } \phi) \times A + \phi \text{curl } A$

Prove that :

(i)  $\text{div}(\text{curl } f) = 0$

(ii)  $\text{curl}(\phi A) = (\text{grad } \phi) \times A + \phi \text{curl } A$

10.  $xy$ -तल में  $y = 0, x = a, y = b, x = 0$  से घिरे आयत  $C$  के लिए  $\int_C F \cdot dr$  का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ

$$f = (x^2 + y^2)i - 2xyj \text{ है।}$$

Evaluate :

$$\int_C F \cdot dr$$

where  $f = (x^2 + y^2)i - 2xyj$  and the curve  $C$  is the rectangle in the  $xy$ -plane bounded by  $y = 0, x = a, y = b, x = 0$ .

11.  $\oint_C [(xy + y^2) dx + x^2 dy]$  के लिए तल में ग्रीन प्रमेय सत्यापित कीजिए, जहाँ  $C$  क्षेत्र  $y = x$  और  $y = x^2$  के बद्ध वक्र है।

Verify Green's theorem in the plane for :

$$\oint_C [(xy + y^2) dx + x^2 dy]$$

where  $C$  is the closed curve of the region bounded by  $y = x$  and  $y = x^2$ .

12.  $F = (2x - z)i + x^2yj - xz^2k$  के लिए बद्ध क्षेत्र  $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$  के ऊपर अभिसरण प्रमेय सत्यापित कीजिए।

Verify divergence theorem for  $F = (2x - z)i + x^2yj - xz^2k$  taken over the region bounded  $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$ .

13.  $F = (x^2 + y^2)i - 2xyj$  के लिए आयत बद्ध से घिरे  $x = \pm a, y = 0, y = b$  के ऊपर स्टोक्स प्रमेय सत्यापित कीजिए।

Verify Stokes' theorem for  $F = (x^2 + y^2)i - 2xyj$  taken round the rectangle bounded by  $x = \pm a, y = 0, y = b$ .