

S-251 (A to D)

B. A./B. Sc. (Fourth Semester)

EXAMINATION, 2017

(Skill Enhancement Course)

MATHEMATICS

Time : Two Hours]

[Maximum Marks : 70

S-251 (A)

(Integral Calculus)

(SOS/Maths/SEC-001)

नोट : (i) खण्ड 'अ' से किन्हीं पाँच प्रश्नों के और खण्ड 'ब' से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Attempt any five questions from Section A and any three questions from Section B.

(ii) खण्ड 'अ' के प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों तक सीमित रखें।

Answer each question of Section A within 50 words.

(iii) अपने सभी प्रश्नों के उत्तर आपको दी गयी उत्तर पुस्तिका में ही दीजिये। अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका नहीं दी जायेगी।

Limit your answers within the given answer book. Additional answer book (B-Answer book) should not be provided or used.

खण्ड—अ

(Section—A)

नोट : किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

Attempt any five questions. Each question carries 5 marks.

1. सिद्ध कीजिये कि :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \, dx}{\sin x + \cos x} = \frac{\pi}{4}$$

Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \, dx}{\sin x + \cos x} = \frac{\pi}{4}$$

2. सिद्ध कीजिये कि :

$$\sqrt{n} = \sqrt{n-1}$$

Prove that :

$$\sqrt{n} = \sqrt{n-1}$$

3. $\sqrt{1/2}$ का मान निकालिये।

Find the value of $\sqrt{1/2}$.

4. $\int \sin^5 x \, dx$ का मान निकालिए।

Find the value of $\int \sin^5 x \, dx$

5. $\int \cot^n x dx$ के लिए लघुकरण सूत्र निकालिये।

Find the reduction formula for $\int \cot^n x dx$.

6. निम्नलिखित द्विशः समाकलन का मान निकालिये :

$$\int_0^2 \int_0^x \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$$

Evaluate the following double integral :

$$\int_0^2 \int_0^x \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$$

7. वक्र $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ का क्षेत्रफल निकालिये।

Find the area of the curve $r^2 = a^2 \cos 2\theta$.

खण्ड—ब

(Section—B)

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंक का है।

Attempt any *three* questions. Each question carries 15 marks.

8. (अ) सिद्ध कीजिये कि :

$$\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m) \Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$$

Prove that :

$$\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m) \Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$$

(ब) सिद्ध कीजिये कि जब $m > -1, n > -1$:

$$\int_0^{\pi/2} \cos^m \theta \sin^n \theta d\theta = \frac{\frac{m+1}{2} \frac{n+1}{2}}{2 \frac{m+n+2}{2}}$$

Prove that when $m > -1, n > -1$:

$$\int_0^{\pi/2} \cos^m \theta \sin^n \theta d\theta = \frac{\frac{m+1}{2} \frac{n+1}{2}}{2 \frac{m+n+2}{2}}$$

9. (अ) वक्र $y = \log \sec x$ की बिन्दु $x = 0$ तथा $\frac{\pi}{3}$ पर लम्बाई निकालिए।

Find out the length of arc of curve between the points $x = 0$ and $x = \frac{\pi}{3}$ where the curve is $y = \log \sec x$.

(ब) वक्र $3ay^2 = x^2(a-x)$ के loop का परिमाण निकालिये।

Find the perimeter of the loop of the curve $3ay^2 = x^2(a-x)$.

10. दर्शाइए कि गोले का आयतन $\frac{4}{3}\pi a^3$ होता है जिसकी त्रिज्या a है।

Show that volume of a sphere of radius a is $\frac{4}{3}\pi a^3$.

11. वक्र $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$ को x -अक्ष के परितः घुमाने से बने लूप का आयतन निकालिये।

The curve $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$ revolves about the x -axis. Find the volume generated by the loop.

12. $\iiint \log(x+y+z) dx dy dz$ का मान निकालिये जब $x+y+z < 1$ है।

Find the value of $\iiint \log(x+y+z) dx dy dz$ when $x+y+z < 1$.

- 13 (अ) मान निकालिए :

$$\int_0^\pi \int_0^{a(1+\cos\theta)} r^2 \cos\theta d\theta dr$$

Evaluate :

$$\int_0^\pi \int_0^{a(1+\cos\theta)} r^2 \cos\theta d\theta dr$$

- (ब) मान निकालिए :

$$\int_{y=0}^3 \int_{x=0}^2 \int_{z=0}^1 (x+y+z) dz \cdot dx \cdot dy$$

Evaluate :

$$\int_{y=0}^3 \int_{x=0}^2 \int_{z=0}^1 (x+y+z) dz \cdot dx \cdot dy$$