

S-251(A)

B. A./B. Sc. (Fourth Semester)

EXAMINATION, 2018

(Skill Enhancement Course)

MATHEMATICS

(Integral Calculus)

(SOS/Maths/SEC-001)

Time : Two Hours]

[Maximum Marks : 70

नोट : (i) खण्ड 'अ' से किन्हीं पाँच प्रश्नों के और खण्ड 'ब' से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Attempt any five questions from Section A and any three questions from Section B.

(ii) खण्ड 'अ' के प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों तक सीमित रखें।

Answer each question of Section A within 50 words.

(iii) अपने सभी प्रश्नों के उत्तर आपको दी गयी उत्तर पुस्तिका में ही दीजिये। अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका नहीं दी जायेगी।

(B-54) P. T. O.

[2]

S-251(A)

Limit your answers within the given answer book. Additional answer book (B-Answer book) should not be provided or used.

खण्ड—अ

(Section—A)

नोट : किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

Attempt any five questions. Each question carries 5 marks.

1. मान निकालिए

$$\int_{-1}^1 \frac{x^2 \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Find the value of:

$$\int_{-1}^1 \frac{x^2 \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

2. मान निकालिए .

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x - \sin x}{1 + \sin x \cos x} dx$$

Find the value of:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x - \sin x}{1 + \sin x \cos x} dx$$

(B-54)

3. मान निकालिए : $\pi/4$

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{(1 + \cos^2 x)} dx$$

Find the value of :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{(1 + \cos^2 x)} dx$$

4. सिद्ध कीजिए .

$$\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^5)}} dx = \frac{1}{5} B\left(\frac{3}{5}, \frac{1}{2}\right)$$

Prove that :

$$\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^5)}} dx = \frac{1}{5} B\left(\frac{3}{5}, \frac{1}{2}\right)$$

5. सिद्ध कीजिए .

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Prove that :

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

6. सिद्ध कीजिए

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{1+x^6} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

Prove that :

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{1+x^6} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

7. सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^1 \left(\log \frac{1}{x}\right)^{n-1} dx = \frac{1}{n}$$

Prove that :

$$\int_0^1 \left(\log \frac{1}{x}\right)^{n-1} dx = \frac{1}{n}$$

खण्ड—ब

(Section—B)

नोट : किन्ही तीन प्रश्नों को हल कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंक का है।

Attempt any *three* questions. Each question carries 15 marks.

8. सिद्ध कीजिए .

$$\Gamma(m) \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi} \cdot \Gamma(2m)}{2^{2m-1}}$$

Prove that :

$$\sqrt[m]{m + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{2m}}{2^{2m-1}}$$

9. वक्र

$$r^2 = a^2 \cos 2\theta$$

से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालिए।

Find the area bounded by the curve

$$r^2 = a^2 \cos 2\theta.$$

10. दीर्घवृत्त

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

को x -अक्ष के परितः घुमाने पर बने ठोस का आयतन

निकालिए।

Find the volume of solid generated by revolving the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

about x -axis.

(B-54) P. T. O.

11. सिद्ध कीजिए :

$$\iiint \frac{dx dy dz}{\sqrt{(a^2 - x^2 - y^2 - z^2)}} = \frac{\pi^2 a^2}{8}$$

समाकलन की सीमा, x, y, z के वे सभी धनात्मक मान हैं जिन पर फलन वास्तविक है।

Prove that :

$$\iiint \frac{dx dy dz}{\sqrt{(a^2 - x^2 - y^2 - z^2)}} = \frac{\pi^2 a^2}{8}$$

the integral being extended for all positive values of the variables x, y, z for which the expression is real.

12. (अ) सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^\pi \frac{dx}{a + b \cos x} = \frac{\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

Prove that :

$$\int_0^\pi \frac{dx}{a + b \cos x} = \frac{\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

(ब) सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^\pi x \sin^6 x \cos^4 x dx = \frac{3\pi^2}{512}$$

Prove that :

$$\int_0^\pi x \sin^6 x \cos^4 x dx = \frac{3\pi^2}{512}$$

13. बीटा या गामा फलन का प्रयोग करते हुए समाकलन का मान निकालिये :

$$\int_0^x \frac{x^8(1-x^6)}{(1+x)^{24}}$$

Find the value of integral using Beta or Gamma function :

$$\int_0^x \frac{x^8(1-x^6)}{(1+x)^{24}}$$