

S-247

B. A./B. Sc. (First Semester) EXAMINATION, 2018-19

MATHEMATICS

(Differential Calculus)

(SOS/Maths./DSC-001)

Time : Two Hours]

[Maximum Marks : 70

नोट : (i) खण्ड 'अ' से किन्हीं पाँच प्रश्नों के और खण्ड 'ब' से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Attempt any five questions from Section A and any three questions from Section B.

(ii) खण्ड 'अ' के प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों तक सीमित रखें।

Answer each question of Section A within 50 words.

(iii) अपने सभी प्रश्नों के उत्तर आपको दी गयी उत्तर पुस्तिका में ही दीजिये। अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका नहीं दी जायेगी।

Limit your answers within the given answer book. Additional answer book (B-Answer book) should not be provided or used.

(C-94) P. T. O.

खण्ड—अ

(Section—A)

नोट : किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

Attempt any five questions. Each question carries 5 marks.

1. सिद्ध कीजिए कि $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ का अस्तित्व नहीं है।

Show that $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ does not exist.

2. सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर संतत है लेकिन $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है, जहाँ $|x|$, x का संख्यात्मक मान है।

Prove that the function $f(x) = |x|$ is continuous at $x = 0$, but not differentiable at $x = 0$, where $|x|$ mean the numerical value of x .

3. यदि :

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

और $a = 0, b = 4$, तो लैग्रांज माध्य मान प्रमेय का उपयोग करते हुए C का मान निकालिए।

If :

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

and $a = 0, b = 4$, find C using Lagrange's mean value theorem.

खण्ड—ब

(Section—B)

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$ का मान निकालिए।

Find the value of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$.

5. यदि :

$$u = \sin^{-1}(x/y) + \tan^{-1}(y/x)$$

तो सिद्ध कीजिए कि :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

If:

$$u = \sin^{-1}(x/y) + \tan^{-1}(y/x)$$

show that :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

6. $x^2 + y^2 + z^2$ का निम्नतम मान निकालिए जबकि $ax + by + cz = p$ है।

Find the minimum value of $x^2 + y^2 + z^2$ when $ax + by + cz = p$.

7. सूत्र $\tan \phi = r \frac{d\theta}{dr}$

को स्थापित कीजिए।

Derive the formula :

$$\tan \phi = r \frac{d\theta}{dr}$$

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंक का है।

Attempt any *three* questions. Each question carries 15 marks.

8. (अ) यदि

$$\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$$

तो सिद्ध कीजिए कि :

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$$

If

$$\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$$

prove that :

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$$

(ब) मैकलॉरिन प्रमेय से $\log_e(1 + \sin x)$ का प्रसार पाँच पदों तक कीजिए।

Expand $\log_e(1 + \sin x)$ by Maclaurin's theorem upto five terms.

9. (अ) सिद्ध कीजिए कि कार्डाइड $r = a(1 - \cos \theta)$ के किसी बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या $\frac{2}{3}\sqrt{2}ar$ होगी।

Show that the radius of curvature at any point on the cardioid $r = a(1 - \cos \theta)$ is $\frac{2}{3}\sqrt{2}ar$.

- (ब) वक्र $y^3 - x^2y + 2y^2 + 4y + x = 0$ की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve $y^3 - x^2y + 2y^2 + 4y + x = 0$.

10. (अ) वक्र $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ के लिए नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find the points of inflexion of the curve $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$. https://www.hnbguonline.com

- (ब) वक्र $f(x, y) \equiv x^4 - 2y^3 - 3y^2 - 2x^2 + 1 = 0$ के द्विक बिन्दुओं की स्थिति और संप्रतीक ज्ञात कीजिए।

Find the position and nature of the double points on the curve :

$$f(x, y) \equiv x^4 - 2y^3 - 3y^2 - 2x^2 + 1 = 0.$$

11. निम्नलिखित वक्रों को रेखांकित कीजिए :

(अ) $(a + x)y^2 = (3a - x)x^2$

(ब) $r = a(1 + \cos \theta)$

Trace the following curves :

(a) $(a + x)y^2 = (3a - x)x^2$

(b) $r = a(1 + \cos \theta)$

12. (अ) रौले प्रमेय का उल्लेख करते हुए उसे सिद्ध कीजिए।

State and prove Rolle's theorem.

- (ब) यदि $u = e^{xyz}$, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} = (1 + 3xyz + x^2y^2z^2)e^{xyz}$$

If $u = e^{xyz}$, show that :

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} = (1 + 3xyz + x^2y^2z^2)e^{xyz}$$

13. (अ) कार्डाइडों $r = a(1 + \cos \theta)$ और $r = b(1 - \cos \theta)$

के बीच का कोण निकालिए।

Find the angle of intersection of the cardioids

$$r = a(1 + \cos \theta) \text{ and } r = b(1 - \cos \theta).$$

[7]

S-247

(ब) कार्डाइड $r = a(1 + \cos \theta)$ के लिए ध्रुव से गुजरने वाली त्रिज्यीय जीवा निकालिए।

Find the chord of curvature through the pole of the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$.

<https://www.hnbguonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से